

Inecuaciones polinomiales I

SEMESTRAL UNI - 2023 II

1. Resuelva la siguiente inecuación

$$x - 3x + 9x - 27x + \dots - 19683x < \left(\sum_{n=1}^{3^{10}} \frac{1}{n(n+1)} \right) \left(\frac{1}{4 \cdot 3^{10}} \right)$$

A) $\left\langle \frac{1}{1-3^{20}}; +\infty \right\rangle$

B) $\langle -\infty; 3^{20} - 1 \rangle$

C) $\left\langle -\infty; \frac{1}{3^{20} - 1} \right\rangle$

D) $\langle 3^{20} - 1; +\infty \rangle$

E) $\left\langle \frac{1}{3^{10} - 1}; +\infty \right\rangle$

2. Sea S el conjunto solución de la inecuación

$$(\lambda^2 - 2\lambda + 1)x > \lambda^2 + 2\lambda - 3$$

I. Si $\lambda = 1$, entonces $S = \emptyset$.

II. Si $\lambda \neq 1$, entonces $S \subset \left[1 + \frac{4}{\lambda - 1}; +\infty \right)$

III. Si $\lambda < -3$, entonces la suma de las tres soluciones menores y enteras de S es 6.

Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas.

- A) Solo I B) I y III C) Solo II
D) Solo III E) I, II y III

3. El fabricante de cierto artículo puede vender todo lo que produce al precio de \$ a cada artículo. Gasta \$ b en materia prima y mano de obra al producir cada artículo, y tiene costos adicionales (fijos) de \$ m a la semana en la operación de la planta. Encuentre la variación del número de unidades que debería producir

y vender para obtener una utilidad de al menos \$ $\frac{m}{3}$ a la semana. Considere que $3(a-b)$ divide a m .

A) $\left[\frac{m}{3}; +\infty \right)$

B) $\left[\frac{3(a-b)}{m}; +\infty \right)$

C) $\left\langle 0; \frac{3(b-a)}{m} \right\rangle$

D) $\left[\frac{4m}{3(a-b)}; +\infty \right)$

E) $\left[0; \frac{4m}{3(b-a)} \right]$

4. Determine la suma de soluciones enteras de la siguiente inecuación $6x^2 - 71x + 93 < 0$.

- A) 55 B) 65 C) 54
D) 64 E) 53

5. Si el conjunto solución de $4x - 9 < 3x - 4 < x^2 - 2x$ es $\langle -\infty; a \rangle \cup \langle b; c \rangle$, calcule $a + b + c$.

- A) 10 B) 15 C) 14
D) 24 E) 31

6. Al resolver la inecuación cuadrática

$$x^2 + (a-b)x + a + b \geq 0$$

se obtiene $CS = \langle -\infty; 6 \rangle \cup [10; +\infty)$, calcule el valor de $\frac{b}{a}$.

- A) $\frac{19}{11}$ B) 3 C) 9
D) $\frac{19}{9}$ E) $\frac{33}{4}$

7. Sea A el conjunto solución de la inecuación $x^2 - 2x - 4 < 0$.

Dada las siguientes proposiciones:

I. La suma de elementos enteros de A es 5.

II. $A \subset [1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}]$

III. $[-1; 3] \subset A$.

Indique cuál o cuáles son las correctas.

- A) solo I B) solo II C) solo III
D) II y III E) I, II y III

8. Dado el polinomio $P(x) = ax^2 + bx + c$, de raíces 2 y 5.

Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. La inecuación $\frac{1}{a}P(x) \leq 0$ tiene $CS = [2; 5]$.

II. La inecuación $P(x) > 0$, $a > 0$, tiene $CS = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

III. La inecuación $aP(x) \leq 0$, tiene $CS = [2; 5]$.

- A) FFV B) FVV C) VVF
D) VVV E) FFF

9. Dada la inecuación $x^2 + (b-7)x - 5b + 19 \leq 0$. Si α es la única solución, halle Máx.(b).

- A) -2 B) 15 C) 6
D) 3 E) -4

10. Dada la inecuación cuadrática de incógnita x ; $n^2x^2 - 2mnx + m^2 > 0$; $\{m; n\} \in \mathbb{Z}$, tal que $CS = \mathbb{R} - \{a\}$.

Indique la secuencia correcta luego de determinar el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. Si n divide a $m \rightarrow a \in \mathbb{Z}$.

II. Si n, m son PESI $\rightarrow a \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$.

III. Si $mn = 1 \rightarrow a = 2$.

- A) VFV B) VFF C) VVF
D) VVV E) FFF

11. Al resolver la inecuación cuadrática

$$x^2 + kx + k + 8 > 0$$

se obtiene $CS = \mathbb{R} - \{a\}$.

Determine un valor de $(a+10)^2$.

- A) 36 B) 15 C) 0
D) 64 E) 49

12. Si la inecuación cuadrática

$$4x^2 + 4(a-1)x + 4a^2 - 4a + 1 \leq 0$$

tiene una sola solución, halle la suma de valores que puede tomar a .

- A) 1/3 B) 2/3 C) 0
D) -3 E) -2